

**Tk. 64/ 2**

a) Egy számtani sorozat első tagja 6, differenciája 7. Sorold fel a sorozat első tíz tagját!

b) Egy számtani sorozat harmadik tagja 36, ötödik tagja - 50. Mennyi lesz az első tag és a differencia?

$$a) \quad a_1 = 6 \quad d = 7 \quad a_2 = a_1 + d = 6 + 7 = 13 \quad a_3 = a_2 + 7 = 20 \quad a_4 = a_3 + 7 = 27$$

$$a_5 = a_4 + d = 34 \quad a_6 = a_5 + 7 = 41 \quad a_7 = a_6 + 7 = 48 \quad a_8 = 55 \quad a_9 = 62 \quad a_{10} = 69$$

$$b) \quad a_3 = 36 \quad a_5 = -50$$

Számtani sorozat tulajdonsága, hogy bármely két tag különbsége = sorszámok különbsége szorozva a differenciával.

$$a_n - a_k = (n - k) \cdot d \quad \text{ebbe behelyettesítve az adatokat: } a_5 - a_3 = (5 - 3) \cdot d$$

$$\text{ebből kapható, hogy: } -50 - 36 = 2d \quad \text{tehát } d = -86 : 2 = -43$$

Az első tag két lépéssel van visszafelé a harmadik előtt, azaz  $a_3 = a_1 + 2d$  vagyis  $a_1 = a_3 - 2d$

$$a_1 = 36 - 2 \cdot (-43) = 36 - (-86) = 36 + 86 = 122$$

**Tk. 66/ 1.**

33-nál nagyobb páros számokat növekvő sorba állítva számtani sorozatot kapunk.

a) Melyik szám ennek a sorozatnak az első tagja?

b) Mennyi itt a differencia?

c) Melyik szám e sorozat 77. tagja?

d) Hányadik tagja ennek a sorozatnak az 1948?

a)-b) Szöveg szerint a következő számsorozatról van szó: 34; 36; 38; 40; ...

Tehát  $a_1 = 34$  látható hogy mindig 2-vel növekszenek (mindig 2-t hozzáadunk) a számok, tehát  $d = 2$

$$c) \quad a_{77} = a_1 + (77 - 1) \cdot d = 34 + 76 \cdot 2 = 34 + 152 = 186$$

d) az általános képletbe helyettesítünk:  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$  ahol  $a_n = 1948$  és meghatározzuk az ismeretlen sorszámot:

$$1948 = 34 + (n - 1) \cdot 2 \quad \text{ebből átrendezéssel: } 1914 = (n - 1) \cdot 2 \quad n - 1 = 957 \quad \text{így } n = 958$$

**Tk. 82/ 5.**

Egy számtani sorozat hetedik tagja 503, harmincharmadik tagja 399. Határozzuk meg a sorozat első tagját és differenciáját!

$$a_7 = 503 \quad a_{33} = 399$$

$$a_{33} - a_7 = (33 - 7) \cdot d \quad \text{ebből } d = \frac{399 - 503}{26} = -2$$

$$a_7 = a_1 + 6 \cdot d \quad \text{ebből } a_1 = a_7 - 6 \cdot d = 503 - 6 \cdot (-2) = 503 + 12 = 515$$

**Tk. 82/ 12.**

Határozzuk meg azoknak a négyjegyű számoknak az összegét, melyek hárommal osztva 2 maradékot adnak!

Keressük meg az ilyen négyjegyű számokat, legalábbis az elsőket és az utolsókat!

négyjegyűből az első a 1000, s ez nem is osztható hárommal, de mennyi maradékot ad?

$$1000 = 3 \cdot 333 + 1 \quad \text{tehát csak 1 a maradék! Ebből következik, hogy az 1001 jó lesz, majd utána az 1004; 1007 stb.}$$

a legutolsó négyjegyű szám a 9999, de ez osztható 3-mal, tehát a keresett utolsó 2 maradékot adó szám a 9998.

Számítsuk ki, hogy hányadik ilyen szám a 9998!

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d \quad \text{ahol } a_n = 9998 \quad a_1 = 1001 \quad d = 3$$

ebből meghatározzuk az ismeretlen sorszámot:

$$9998 = 1001 + (n - 1) \cdot 3 \quad \text{ebből átrendezéssel: } 8997 = (n - 1) \cdot 3 \quad n - 1 = 2999 \quad \text{így } n = 3000$$

Megkell határozni az összegét ennek a 3000 db számnak!

$$1001 + 1004 + 1007 + \dots + 9995 + 9998 = S_{3000}$$

A számtani sorozat összegére vonatkozó képletbe (fv. táblázat!) kell helyettesíteni!

$$S_{3000} = \frac{(a_1 + a_{3000}) \cdot 3000}{2} = \frac{(1001 + 9998) \cdot 3000}{2} = 16\,498\,500$$

**Tk. 69/ Hf. 3.**

**Egy stadion nézőterén az első sorban 340 ülés van, minden következő sorban 30 ülésel több, mint az előző sorban. Hány nézőnek van ülőhely a stadionban, ha a sorok száma összesen 27?**

Szövegből kitűnik, hogy mivel mindig hozzáadunk 30-at az előző sorban ülőkhöz, ezért számtani sorozatról van szó.

ahol  $a_1 = 340$        $d = 30$        $n = 27$  (27 sor van)

Először ki kell számolni a 27. sorban lévő férőhelyek számát:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d \qquad a_{27} = a_1 + 26 \cdot d = 340 + 26 \cdot 30 = 1120$$

A stadionban lévő férőhelyek száma nyilván az egyes sorokban lévő helyek összege, azaz a sorozat első 27 tagjának az összege:

$$S_{27} = \frac{(a_1 + a_{27}) \cdot 27}{2} = \frac{(340 + 1120) \cdot 27}{2} = 19\,710$$

Tehát a stadionban 19 710 férőhely van.